8.

Bevor die bisher gewonnenen Resultate in etwas veränderter und vereinfachter Form zusammengefaßt werden, sollen, um die nachfolgende Darstellung nicht zu unterbrechen, einige Bemerkungen über die Beziehungen der Differentialquotienten einer algebraischen Funktion zu deren Diskriminante vorausgeschickt werden.

Für die Lösung y_1 einer algebraischen Gleichung

$$(1) \qquad f(x_1, x_2, \dots x_n, y) = \gamma_0 y^\nu + \gamma_1 y^{\nu-1} + \cdots + \gamma_\nu = 0,$$

in welcher $\gamma_0, \gamma_1, \dots \gamma_\nu$ ganze Funktionen von $x_1, x_2, \dots x_n$ sind, ergibt sich

$$(2) \qquad \frac{\partial y_1}{\partial x_\rho} = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x_\rho}\right)_{y_1}}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_1}} = -\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x_\rho}\right)_{y_1}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_2}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_3}\cdots\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_\nu}}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_1}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_2}\cdots\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_\nu}},$$

oder, da die Diskriminante D der Gleichung (1), welche eine ganze Funktion ihrer Koeffizienten ist, und deren Verschwinden die notwendige und hinreichende Bedingung unter den Koeffizienten darstellt, unter welcher jene Gleichung mehrfache Lösungen besitzt, durch den Ausdruck

$$(3) \qquad \begin{cases} D = \gamma_0^{2\nu-2}(y_1-y_2)^2(y_1-y_3)^2\cdots(y_{\nu-1}-y_\nu)^2 \\ \qquad = (-1)^{\frac{\nu(\nu-1)}{2}}\gamma_0^{\nu-2}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_1}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_2}\cdots\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y_\nu} \end{cases}$$

oder

$$D = (-1)^{\frac{\nu(\nu-1)}{2}}\frac{S}{\gamma_0},$$

worin S die Sylvester-Determinante zwischen $f=0$ und $\frac{\partial f}{\partial y}=0$