Perron, Oscar; Heidelberger Akademie der Wissenschaften / Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse [Hrsg.]: Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse: Abteilung A, Mathematisch-physikalische Wissenschaften (1919, 2. Abhandlung): Über Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen durch Reihen: [Teil 1]
Heidelberg, 1919 Seite 3

In dieser Note werde ich das allgemeine Integral von gewissen Differentialgleichungen in eine Reihe entwickeln, die nach Potenzen der Integrationskonstanten fortschreitet, wobei die Koeffizienten sich einfach durch Quadraturen ergeben. Dadurch wird für eine umfangreiche Klasse von Differentialgleichungen zugleich ein neuer Existenzbeweis ihrer Integrale geliefert. Die fraglichen Reihenentwicklungen scheinen zur numerischen Integration besonders geeignet, wie ich an zwei Beispielen mit genauer Fehlerabschätzung zeigen werde.

§ 1.

Wir nehmen zunächst eine Differentialgleichung der Form

$$y' = \sum_{\nu=2}^{\infty} f_\nu(x)\, y^\nu \tag{1.}$$

an, wobei die Funktionen $f_\nu(x)$ im Intervall

$$0 < x < b \tag{2.}$$

definiert und stetig sein sollen; sie dürfen reelle oder komplexe Werte haben. Die Differentialgleichung (1.) hat offenbar das Partikulärintegral $y=0$. Ein Integral, welches für $x=0$ den Wert $y=c$ annimmt, suchen wir in folgender Form darzustellen:

$$y = c + \sum_{\nu=2}^{\infty} \varphi_\nu(x)\, c^\nu\,, \tag{3.}$$

wo die Funktionen $\varphi_\nu(x)$ für $x=0$ verschwinden sollen. Durch formale Differentiation folgt aus (3.):

$$y' = \sum_{\nu=2}^{\infty} \varphi'_\nu(x)\, c^\nu\,. \tag{4.}$$

UNIVERSITÄTS-BIBLIOTHEK HEIDELBERG
http://digi.hadw-bw.de/view/sbhadwmnkl_a_1919_2/0003
© Heidelberger Akademie der Wissenschaften
HEIDELBERGER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN