Perron, Oskar; Heidelberger Akademie der Wissenschaften / Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse [Hrsg.]: Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse: Abteilung A, Mathematisch-physikalische Wissenschaften (1922, 2. Abhandlung): Über transzendente Funktionen auf Riemannschen Flächen
Berlin, Leipzig, 1922 Seite 3

Über transzendente Funktionen auf Riemannschen Flächen.

§ 1.

Einleitung.

Unter einer ganzen (rationalen oder transzendenten) Funktion $g(z)$ versteht man bekanntlich eine solche, die in der einfach überdeckten z-Ebene eindeutig und im Endlichen überall regulär ist. Da man aber die einzige singuläre Stelle statt im Unendlichen ebensogut an einer beliebigen endlichen Stelle a annehmen kann (wozu ja nur die Substitution $z = \frac{1}{z' - a}$ nötig ist), so ist die Theorie der ganzen Funktionen identisch mit der Theorie derjenigen Funktionen, die in der komplexen Zahlenebene nur eine singuläre Stelle haben.

Legt man statt der einfach überdeckten z-Ebene eine endlichvielblättrige zusammenhängende RIEMANNsche Fläche vom Geschlecht p zugrunde, so werden als Analogon zu den ganzen Funktionen diejenigen anzusprechen sein, die nur an einer Stelle der RIEMANNschen Fläche singulär werden; an jeder anderen Stelle sind sie regulär, d. h. nach positiven ganzen Potenzen einer an dieser Stelle verschwindenden Ortsuniformisierenden entwickelbar. Die Grundlagen für eine Theorie dieser Funktionen sollen im folgenden entwickelt werden.

Ist die singuläre Stelle ein Pol, so ist die Funktion natürlich eine Funktion des zu der RIEMANNschen Fläche gehörigen algebraischen Funktionenkörpers. Jedoch will ich hier gerade auch diejenigen Funktionen betrachten, für welche die singuläre Stelle eine wesentliche ist, also das Analogon zu den ganzen transzendenten Funktionen. Ich werde die allgemeine Form dieser Funktionen angeben, sodann die Funktionen ohne Nullstellen aufsuchen, und schließlich für Funktionen mit vorgeschriebenen endlich oder unendlich vielen Nullstellen eine der WEIERSTRASSschen Produktentwicklung für ganze Funktionen ähnliche Darstellung gewinnen. Dabei werden einige bemerkenswerte Resultate zutage treten. Es wird sich zeigen, daß bei transzendenten Funktionen die Nullstellen willkürlich vorgeschrieben werden dürfen, während sie bei algebraischen bekanntlich an p Bedingungsgleichungen gebunden sind (das ABELsche Theorem). Wenn aber von der transzendenten Funktion verlangt wird, daß sie in der Umgebung der

UNIVERSITÄTS-BIBLIOTHEK HEIDELBERG
http://digi.hadw-bw.de/view/sbhadwmnkl_a_1922_2/0003
© Heidelberger Akademie der Wissenschaften
HEIDELBERGER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN